

УДК 539.3

Ракша С. В.

МЕСТНАЯ ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ ТОНКОСТЕННОГО СТЕРЖНЯ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ ПРИ СЖАТИИ С ИЗГИБОМ

Наряду с общей потерей устойчивости для тонкостенных стержней необходимо учитывать возможность местной потери устойчивости. Точное аналитическое решение задачи о местном выпучивании тонкостенной стойки может быть получено лишь для случая центрального сжатия, при котором продольные напряжения постоянны по ширине пластин, составляющих сечение [1]. В общем случае комбинированного нагружения продольной силой и изгибающим моментом (внецентренного сжатия), используются приближенные аналитические и численные методы [1–5].

Целью работы является обоснование алгоритма расчета сжато-изогнутых тонкостенных элементов металлических конструкций, позволяющего определять критические нагрузки и анализировать формы выпучивания.

1. Рассматривается тонкостенный швеллер с одинаковой толщиной элементов (полученный, например, методами холодного формования), нагруженный центрально приложенной сжимающей силой P и изгибающим моментом M_y , действующим в плоскости симметрии xoz (рис. 1).

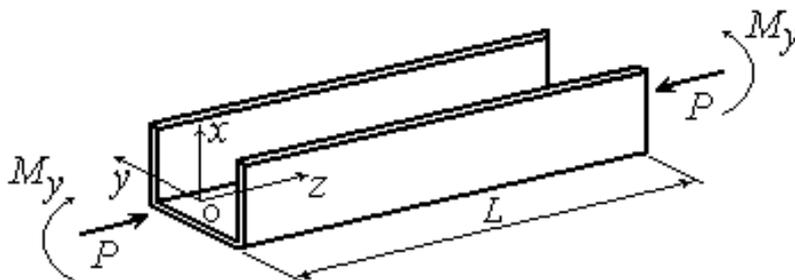


Рис. 1. Схема нагружения тонкостенного швеллера

Максимальное напряжение, соответствующее критическому состоянию при местной потере устойчивости, может быть определено из выражения:

$$s_{\max} = s_{сж} + s_{изг.\max} = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{W_y}, \quad (1)$$

где $s_{сж}$, и $s_{изг.\max}$ – напряжения от сжатия и максимальные напряжения от изгиба; A – площадь поперечного сечения; W_y – момент сопротивления сечения.

Для исследования влияния сочетания нагрузок на критическое состояние швеллера зададим соотношение между силой и моментом в виде:

$$k = \frac{P}{M_y} \quad (k = \text{const}). \quad (2)$$

Тогда выражение (1) примет вид:

$$s_{\max} = \frac{kM_y}{A} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{M_y}{W_y} \left(\frac{kW_y}{A} + 1 \right). \quad (3)$$

Напряжения в точках контура поперечного сечения швеллера:

$$S_i = S_{сж} + S_{изг.i} = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{W_y} \frac{x_i}{x_m}, \quad (4)$$

где x_i – координата i -ой точки; x_m – расстояние от оси oy до максимально удаленного волокна (рис. 2, а).

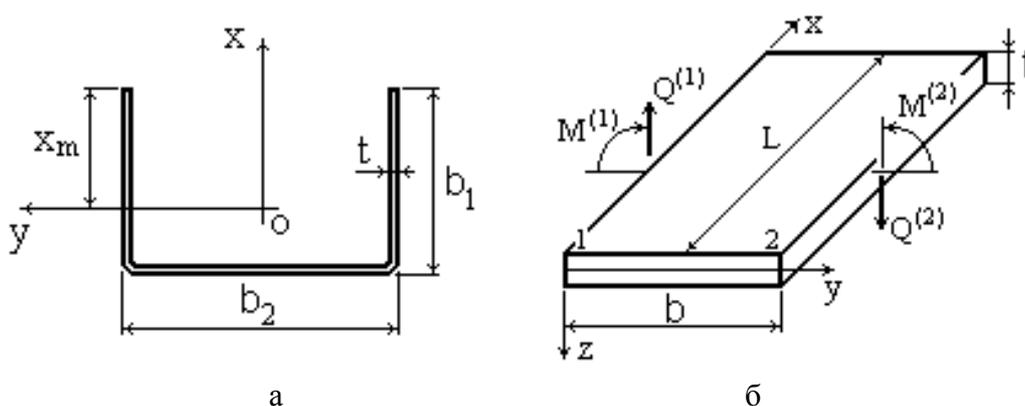


Рис. 2. Геометрические параметры профиля (а), местные оси координат и внутренние усилия для пластин, составляющих сечение (б)

2. При расчете местной формы потери устойчивости стержень рассматривается как соединение пластин с точными условиями сопряжения, линии контакта пластин остаются прямолинейными. Точное аналитическое решение задачи о местном выпучивании может быть получено для случая центрального сжатия, при котором продольные напряжения постоянны по ширине пластин, составляющих сечение стержня. При переменных по ширине пластин напряжениях используется аналитико-численный метод расчета местной устойчивости сжато-изогнутых тонкостенных элементов [2].

При рассматриваемых вариантах нагружения напряжения по ширине стенки швеллера будут постоянными. Решение дифференциального уравнения устойчивости для стенки принимается в виде (рис. 2, б):

$$w = w(h) \sin mpx, \quad (5)$$

($w(h)$ – функция прогиба по ширине пластинки, $h = b/L$; $x = x/L$ – продольная координата; m – число продольных полуволн).

Составляется вектор состояния стенки:

$$S = (w, w_h, M, Q)^T, \quad (6)$$

где w_h – угол поворота; M, Q – изгибающий момент и обобщенная поперечная сила (индекс « T » – обозначает транспонирование).

Напряжения по ширине полок швеллера будут линейно переменными. Поэтому, полки разбиваются на несколько продольных полос, в пределах которых можно считать продольные напряжения постоянными. Для каждой из полос решение уравнения устойчивости запишется в виде:

$$S^{(2)} = \frac{1}{c_2 - c_1} [G_k] S^{(1)}, \quad (7)$$

где $S^{(i)}$ – вектор состояния на краях «1» и «2» k -ой полосы (рис. 2, б); $[G_k] = \{g_{ij}\}$ – матрица, элементы которой приведены в работе [3]; $c_i = k_i^2 - n\sqrt{t}(mp)^2$; $k_{1,2} = mp\sqrt{\sqrt{t} \pm m}$; $m = (\sqrt{S_x t / D}) / mp$.

Перемножением матриц $[G_k]$ для всех полос, составляющих данную полку, получается матрица жесткости $[G]$, связывающая значения вектора S на обоих краях полки.

Используя (6) и (7), с учетом условий сопряжения смежных элементов, а также, выполнив некоторые преобразования [3], силовые факторы на краях пластин, составляющих профиль стержня-балки, выражаются через перемещения w и углы поворота $w_{,\eta}$ (верхний индекс в скобках – номер края элемента профиля):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M \\ Q \end{bmatrix}^{(1)} &= [B_1] \begin{bmatrix} w \\ w_h \end{bmatrix}^{(1)} + [B_2] \begin{bmatrix} w \\ w_h \end{bmatrix}^{(2)}; \\ \begin{bmatrix} M \\ Q \end{bmatrix}^{(2)} &= [B_3] \begin{bmatrix} w \\ w_h \end{bmatrix}^{(1)} + [B_4] \begin{bmatrix} w \\ w_h \end{bmatrix}^{(2)}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $[B_k] = \{b_{ij}^{(k)}\}$ – матрицы, приведенные в [3].

Граничные условия на свободных краях пластин (равенство нулю моментов и поперечных сил) и условия сопряжения на линиях соединения (равенство углов поворота $w_{h,i} = w_{h,j}$ и равенство нулю алгебраической суммы изгибающих моментов $M_{,i} + M_{,j} = 0$, нижний индекс после запятой – номер пластины) приводят к системе линейных однородных уравнений и соответствующему характеристическому уравнению, которое при целочисленной минимизации по числу продольных полуволн m определяет критические напряжения местного выпучивания.

3. Анализ решения выполнялся для балки-стержня с параметрами (представлены в безразмерном виде): $L/b_1 = 13$; $b_1/b_2 = 2$; $b_1/t = 50$. Зависимости безразмерных напряжений местного выпучивания $S^* = s/E \cdot 10^3$ ($S_{сж}^*$ – сжимающие напряжения, $S_{изг.мах}^*$ – изгибные максимальные, $S_{мах}^*$ – полные максимальные) от соотношения между нагрузками P и M_y , представлены на рис. 3. Значение параметра $k = 0$ соответствует чистому изгибу швеллера как балки, при $k \rightarrow \infty$ имеем центральное сжатие.

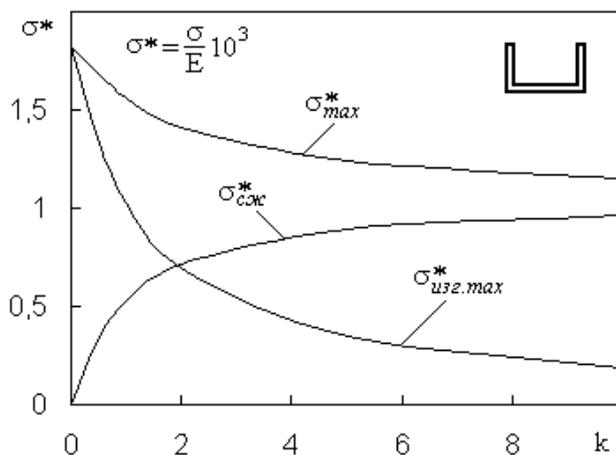


Рис. 3. Безразмерные напряжения местной формы при различных сочетаниях нагрузок

Формы выпучивания стержней (рис. 4), соответствующие критическим состояниям при изгибе, а также при сжатии с изгибом оказываются схожими. Максимальные перемещения, нормированные толщиной элементов профиля t , наблюдаются на свободном крае полка, а перемещения стенки значительно меньше, в особенности при чистом изгибе.

На рис. 5 при различных сочетаниях нагрузок представлены эпюры полных максимальных напряжений местного выпучивания тонкостенного швеллера, которые иллюстрируют перераспределение сжимающих напряжений при уменьшении доли изгиба («+» сжатие, «-» растяжение).

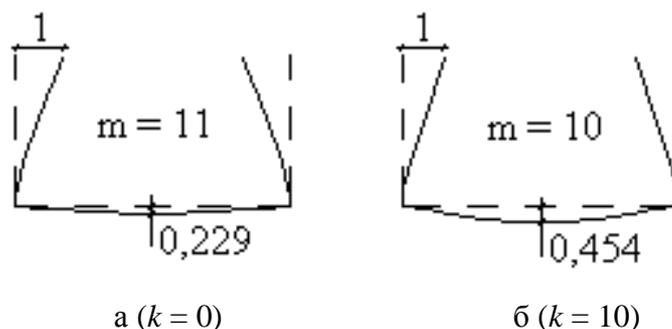


Рис. 5. Местные формы швеллера при чистом изгибе (а) и при сжатии с изгибом (б)

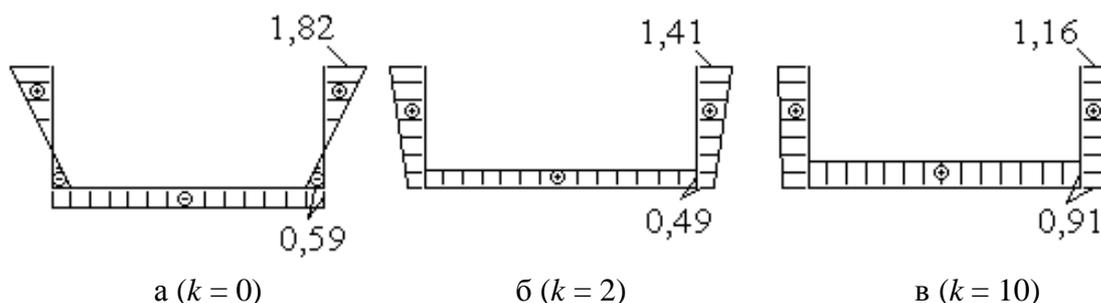


Рис. 6. Эпюры напряжений местного выпучивания при чистом изгибе (а), при сжатии с изгибом (б) и (в)

ВЫВОДЫ

Предложенный алгоритм расчета сжато-изогнутых тонкостенных элементов металлических конструкций позволяет определять критические нагрузки и анализировать формы выпучивания.

Данный подход применим при исследовании местной потери устойчивости тонкостенных стержней открытого профиля с различными поперечными сечениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ракиа С. В. Местная устойчивость тонкостенных элементов металлоконструкций открытого профиля / С. В. Ракиа // *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні*. – 2002. – № 2. – С. 48–52.
2. Ракиа С. В. Аналитико-численный метод расчета местной устойчивости сжато-изогнутых тонкостенных элементов металлоконструкций / С. В. Ракиа // *Материалы IV Международной конференции Проблемы прочности материалов и сооружений на транспорте*. – С.-Петербург, 1999. – С. 95–96.
3. Малевич А. И. Местное и связанное выпучивание тонкостенных стержней при сжатии и изгибе в двух плоскостях / А. И. Малевич, С. В. Ракиа // *В сб. : Theoretical Foundations in Civil Engineering, 4, V.1, part 2 : Proc. Of the Polish-Ukrainian seminar, Warsaw, July 1996*. – Dnepropetrovsk, 1996. – С. 270–275.
4. Ракиа С. В. Оптимизация изгибаемых тонкостенных элементов металлоконструкций открытого профиля / С. В. Ракиа // *Подъемно-транспортная техника*. – 2002. – № 1–2. – С. 106–112.
5. Ракиа С. В. Общая и местная устойчивость центрально сжатых тонкостенных (гнуемых) профилей / С. В. Ракиа // *Будівництво: зб. наук. пр. ДІТУ*. – Вип. 10. – Дніпропетровськ, 2002. – С. 52–55.